

Model Produksi dan Distribusi Energi

Yayat Priyatna

Jurusan Matematika FMIPA UNPAD Jl. Raya Jatinangor Bdg-Smd Km 11

E-mail : yatpriyatna@yahoo.com

Abstrak

Salah satu tujuan utama proses produksi dan distribusi energi adalah untuk meminimumkan biaya. Pada proses produksi dan distribusi energi terdapat beberapa input dan beberapa permintaan. Dari beberapa input dan permintaan tersebut dapat dibentuk pola produksi dan distribusi. Pola produksi dan distribusi tersebut sangat beraneka ragam, serta mempengaruhi biaya yang akan dikeluarkan, oleh karena itu perusahaan harus dapat menentukan pola produksi dan distribusi yang tepat, sehingga biaya yang dikeluarkan menjadi optimal. Dalam makalah ini dikaji bagaimana menentukan pola produksi dan distribusi energi serta menghitung total biaya minimal yang akan dikeluarkan, dengan menggunakan linear programming primal dual dimana proses perhitungannya menggunakan software POM.

Dari hasil analisis, diketahui bahwa produksi dan distribusi energi dengan factor perolehan jumlah input yang masuk tidak akan sama dengan jumlah output yang keluar, oleh karena itu pola produksi dan distribusi energi ditentukan agar pengaruh factor perolehan tersebut tidak terlalu besar berdasarkan biaya dan permasalahan-permasalahan yang ada, sehingga pengoptimalan biaya dapat tercapai.

Kata kunci : Linear Programming Primal-Dual

1. PENDAHULUAN

Produksi dan distribusi energi mempunyai peranan yang sangat penting dalam perekonomian di setiap Negara. Krisis minyak pada saat ini menyebabkan peningkatan yang sangat luar biasa pada harga minyak dunia, hal ini menunjukkan rapuhnya perekonomian modern dari gangguan aliran minyak (Thore, 1992:229). Dalam kesempatan ini penulis mencoba untuk menyelesaikan permasalahan produksi dan distribusi energi yang memiliki faktor perolehan atau sering disebut juga “gain factor” dengan model matematika, dalam hal ini Linier Programming Primal-Dual yang penyelesaian menggunakan program POM dinilai sebagai alat yang cocok untuk memberikan solusi yang optimal yang akhirnya jumlah optimal dari energi yang harus diproduksi dan distribusikan akan diperoleh, sehingga efisiensi energi bisa terlaksana dan kelangsungan pasokan energi dapat terjaga.

2. APLIKASI LINIER PROGRAMMING DALAM JARINGAN ENERGI

Analisis Model Pembangkitan Listrik

Disini akan dikenalkan model spasial dari aliran bahan bakar untuk penggunaan listrik, dan pembangkitan. Unsur penting dari model tersebut adalah penyajian dari pilihan penggunaan listrik individu berkenaan dengan penggunaan bahan bakar, biaya per unit bahan bakar terdiri dari harga bahan bakar di pasaran pada titik pengantaran ditambah biaya transportasi. Bergantung pada kedekatannya terhadap ladang batu bara, pipa-pipa gas, dan pusat distribusi minyak, tiap pembangkitan listrik akan memilih kombinasi aktifitas untuk menghasilkan listrik dengan biaya yang diminimalisasi.

Rantai produksi untuk membangkitkan dan mengantarkan energi listrik pada konsumen akhir termasuk 3 tahapan, yaitu :

1. Tahapan pertama yaitu pengangkutan batubara, minyak, dan gas dari berbagai titik pemasok ke pembangkit listrik (masalah transport).
2. Tahapan kedua yaitu pembangkitan listrik di tempat “pabrik” (masalah aktivitas keputusan).
3. Tahapan ketiga yaitu distribusi listrik “pabrik” ke konsumen melalui jalur transmisi tegangan tinggi (masalah transport). Fokus pada peranan sumber energi alternatif, Disini mengembangkan analisa model aktivitas spasial yang dikombinasikan 3 tahapan pemasok. Untuk mudahnya, permintaan lokal listrik pada tiap-tiap daerah diharapkan konstan atau tetap dan diketahui. Disini juga dihadapkan pada kemungkinan kalau listrik mungkin dikirimkan dari suatu daerah yang mempunyai kapasitas berlebih ke daerah lain yang kekurangan. Tujuannya adalah untuk meminimalisasi total biaya untuk menyuplai permintaan di seluruh daerah.

Notasi yang digunakan adalah :

$h, k = 1, \dots, m$ daerah / daerah

$s = 1, \dots, r$ tipe fosil bahan bakar

x_{hs} = jumlah (KWH) listrik untuk daerah h yang dihasilkan dengan menggunakan bahan bakar s

X_{hs} = nilai maksimal dari x_{hs} daerah.

d_h = permintaan listrik di daerah h .

f_{hs} = suplai bahan bakar s di daerah h .

w_{hk} = KWH listrik yang dikirim dari daerah h ke daerah k (untuk $h \neq k$).

t_{hks} = jumlah BTU dari bahan bakar s yang dikirim dari daerah h kedaerah k .

c_{hks} = biaya pengapalan per unit dari pengiriman bahan bakar s dari daerah h ke daerah k .

a_{hs} = jumlah bahan bakar s yang diperlukan untuk menghasilkan satu unit listrik pada daerah h .

b_{hs} = biaya operasi unit untuk menghasilkan listrik pada daerah h dari bahan bakar s .

g_{hk} = biaya unit energi yang hilang saat mengirimkan sebuah KWH dari daerah h ke daerah k .

Pembentukan fungsi tujuan yang memiliki 3 terminologi penyajian akhir, yaitu :

1. Penyajian yang pertama adalah biaya pembangkitan listrik dari semua bahan bakar pada seluruh lokasi.
2. Penyajian yang kedua adalah biaya total pemindahan listrik antar daerah.
3. Penyajian yang ketiga ialah biaya total pemindahan bahan bakar antar daerah.

Dan beberapa fungsi kendala yang relevan yaitu :

1. Fungsi kendala yang menyatakan bahwa jumlah total listrik yang dihasilkan di daerah h , ditambah yang ditransmisikan ke daerah h dari daerah lain, dikurangi dengan yang di transmisikan dari h ke daerah lain, mencukupi permintaan listrik pada daerah h .
2. Fungsi kendala yang menyatakan bahwa jumlah bahan bakar s di daerah h cukup untuk menghasilkan x_{hs} unit listrik, ditambah jumlah bahan bakar s yang masuk ke daerah h , dikurangi jumlah bahan bakar s yang keluar dari daerah h , adalah jumlah maksimal f_{hs} dari bahan bakar s yang dimiliki daerah h .

Model Linier Programming untuk meminimalisasi total biaya pembangkitan listrik sebagai berikut :

$$\text{Minimalisasi } \sum_{h=1}^m \sum_{s=1}^r b_{hs} x_{hs} + \sum_{h=1}^m \sum_{k=1}^m g_{hk} w_{hk} + \sum_{h=1}^m \sum_{k=1}^m \sum_{s=1}^r c_{hks} t_{hks} \quad (2.1)$$

$$\text{Kendala } \sum_{s=1}^r x_{hs} + \sum_{k=1}^m (w_{kh} - w_{hk}) \geq d_h \quad (2.2)$$

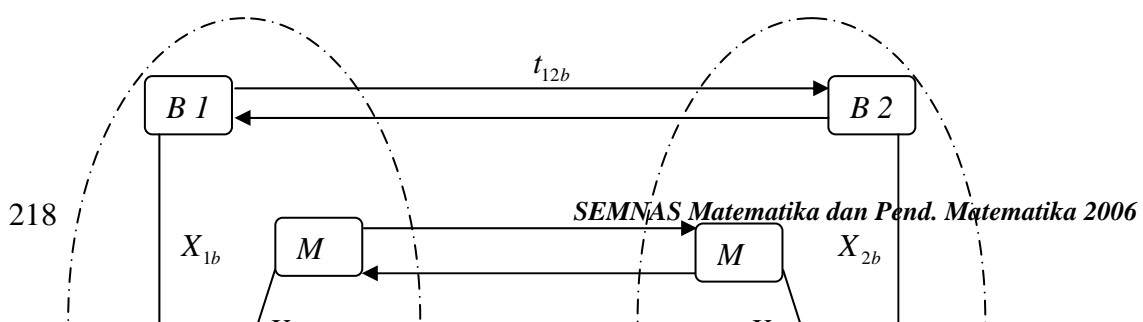
$$a_{hs} x_{hs} + \sum_{k=1}^m (t_{khs} - t_{hks}) \leq f_{hs} \quad (2.3)$$

$$x_{hs} \leq X_{hs} \quad (2.4)$$

$$x_{hs}, w_{hk}, t_{hks} \geq 0 \quad (2.5)$$

Fungsi kendala (2.4) hanyalah penyederhanaan persamaan sebelumnya menjadi x_{hs} sementara fungsi kendala (2.5) adalah kondisi non negatif.

Gambaran yang sederhana akan mempermudah untuk memahami masalah linier programming di atas. Pada Gambar 2.1 ditunjukan pembangkitan listrik pada dua daerah dengan dua bahan bakar sebagai sumber energi pembangkitannya. Variabel-variabel masalah ditandai dengan aktifitas. Pada setiap titik terdapat kendala. Data dari Gambar 2.1 diturunkan ke dalam kotak data agar permasalahan dari gambar tersebut dapat dibentuk menjadi suatu masalah Linier Programming.



$$t_{21b}$$

$$t_{12m}$$

$$t_{21m}$$

$$w_{12}$$

$$w_{21}$$

Gambar 2.1 Dua daerah dan dua sumber energi pembangkitan listrik

Dan kotak data dari permasalahan tersebut, adalah :

x_{1b}	x_{1m}	x_{2b}	x_{2m}	t_{12b}	t_{21b}	t_{12m}	t_{21m}	w_{12}	w_{21}		
		1	1	0	0	0	0	0	-1	1	$\geq d_1$
		0	0	1	1	0	0	0	0	-1	$\geq d_2$
		a_{1b}	0	0	0	1	-1	0	0	0	$\leq f_{1b}$
		0	a_{1m}	0	0	0	0	1	-1	0	$\leq f_{1m}$
		0	0	a_{2b}	0	-1	1	0	0	0	$\leq f_{2b}$
		0	0	0	a_{2m}	0	0	-1	1	0	$\leq f_{2m}$
		1	0	0	0	0	0	0	0	0	$\leq X_{1b}$
		0	1	0	0	0	0	0	0	0	$\leq X_{1m}$
		0	0	1	0	0	0	0	0	0	$\leq X_{2b}$
		0	0	0	1	0	0	0	0	0	$\leq X_{2m}$
b_{1b}	b_{1m}	b_{2b}	b_{2m}	c_{12b}	c_{21b}	c_{12m}	c_{21m}	g_{12}	g_{21}		

Sehingga Linier programming primal dari kotak data di atas, adalah :

$$\text{Minimumkan: } \left\{ b_{1b}x_{1b} + b_{1m}x_{1m} + b_{2b}x_{2b} + b_{2m}x_{2m} + g_{12}w_{12} + g_{21}w_{21} + c_{12b}t_{12b} + c_{21b}t_{21b} + c_{12m}t_{12m} + c_{21m}t_{21m} \right\}$$

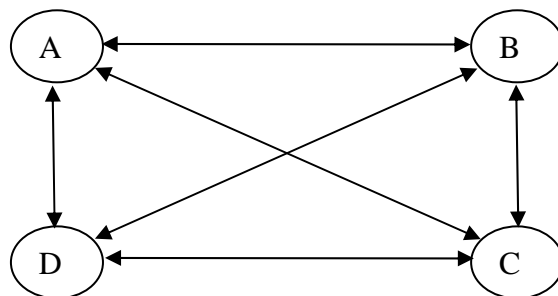
Kendala :

$$\begin{aligned}
 x_{1b} + x_{1m} + (w_{21} - w_{12}) &\geq d_1 \\
 x_{2b} + x_{2m} + (w_{12} - w_{21}) &\geq d_2 \\
 a_{1b}x_{1b} + (t_{21b} - t_{12b}) &\leq f_{1b} \\
 a_{1m}x_{1m} + (t_{21m} - t_{12m}) &\leq f_{1m} \\
 a_{2b}x_{2b} + (t_{12b} - t_{21b}) &\leq f_{2b} \\
 a_{2m}x_{2m} + (t_{12m} - t_{21m}) &\leq f_{2m} \\
 x_{1b} &\leq X_{1b} \\
 x_{1m} &\leq X_{1m} \\
 x_{2b} &\leq X_{2b} \\
 x_{2m} &\leq X_{2m}
 \end{aligned}$$

Solusi optimal primal, diperoleh dengan memecahkan program POM.

3. ANALISIS KASUS

Permasalahan pembangkitan listrik yang berhubungan dengan kebutuhan listrik di daerah A, B, C, D. Bahan bakar yang digunakan, yaitu minyak dan batubara. Setiap daerah mempunyai beberapa pasokan lokal dari bahan bakar, tambahan bahan bakar dapat di angkut dengan truk dan kereta dari daerah satu ke daerah lainnya. Jaringan transportasinya ditunjukan, sebagai berikut :



Gambar 3.1 Jaringan distribusi pada empat daerah

dan jarak kota tersebut, adalah (dalam mil) :

	A	B	C	D
A	0	100	130	80
B	100	0	80	130
C	130	80	0	100
D	80	130	100	0

Banyaknya bahan bakar akan diukur dalam juta BTU. Biaya pengangkutan bahan bakar batubara adalah \$ 0.05 per juta BTU per mil dan biaya pengangkutan bahan bakar minyak adalah sebesar \$ 0.01 per juta BTU per mil.

Pasokan bahan bakar lokal di masing-masing daerah, adalah sebagai berikut (dalam trilyun BTU, satu trilyun adalah satu juta juta) :

Daerah	Batubara	Minyak
A	1.85	0
B	1	0.435
C	1.60	0.30
D	0	0.30

Jumlah pembangkitan listrik dihitung dalam juta KWH. Permintaan lokal di masing-masing daerah, adalah (dalam juta KWH) :

Daerah	Permintaan
A	95
B	125
C	75
D	100

Setiap kebutuhan mempunyai fasilitas yang memadai untuk membakar batubara dan minyak. Terdapat empat teknologi yang berbeda, yaitu :

Aktifitas 1	pembakaran batubara	turbin lama
Aktifitas 2	pembakaran batubara	turbin modern
Aktifitas 3	pembakaran minyak	turbin lama
Aktifitas 4	pembakaran minyak	turbin modern

kebutuhan bahan bakar untuk setiap aktifitas (dalam juta BTU per KWH pembangkitan listrik), adalah :

Aktifitas	Batubara	Minyak
1	0.01144	0
2	0.01	0
3	0	0.0107
4	0	0.01

Tidak semua teknologi tersedia di setiap daerah, pembangkitan maksimal listrik dari setiap aktifitas, adalah sebagai berikut (dihitung dalam juta KWH) :

	1	2	3	4
A	80	90	30	-
B	80	100	-	60
C	15	20	20	20
D	40	-	30	30

Biaya operasional serta biaya pemeliharaan (dalam \$ per KWH pembangkitan listrik), adalah sebagai berikut :

Aktifitas	Biaya
1	0.025
2	0.02
3	0.004
4	0.003

Tentukanlah kombinasi yang optimal dari aktifitas pembangkitan listrik di masing-masing daerah serta pendistribusian bahan bakar yang optimal dari daerah yang satu dengan daerah lainnya.

Dari data di atas dapat dihitung biaya pengangkutan batubara dan minyak antar daerah dengan cara mengalikan jarak dari daerah satu ke daerah lainnya dengan biaya per mil pengangkutan bahan bakar, biaya pengangkutannya adalah :

Tabel 3.1 Biaya total pengangkutan bahan bakar ke setiap daerah

	Jarak (mil)	Biaya/ mil batubara	Biaya/ mil minyak	Total Biaya Batubara	Total Biaya Minyak
Dari A ke B	100	\$ 0.05	\$ 0.01	\$ 5	\$ 1
Dari A ke C	130	\$ 0.05	\$ 0.01	\$ 6.5	\$ 1.3
Dari A ke D	80	\$ 0.05	\$ 0.01	\$ 4	\$ 0.8
Dari B ke C	80	\$ 0.05	\$ 0.01	\$ 4	\$ 0.8
Dari B ke D	130	\$ 0.05	\$ 0.01	\$ 6.5	\$ 1.3
Dari C ke D	100	\$ 0.05	\$ 0.01	\$ 5	\$ 1

Biaya pengangkutan tersebut berlaku sebaliknya karena jarak dan biaya pengangkutannya sama.

Lalu ubah persediaan bahan bakar di masing-masing daerah karena persediaan akan diukur dalam juta BTU sedangkan persediaan dalam trilyun BTU lalu kalikan persediaan dengan satu juta sehingga persediaan bahan bakar di masing-masing daerah adalah (dalam juta BTU) :

Daerah	Batubara	Minyak
A	1850000	0
B	1000000	435000
C	1600000	300000
D	0	300000

Kebutuhan bahan bakar untuk setiap aktifitas masih dalam juta BTU per KWH pembangkitan listrik, sedangkan pembangkitan listrik akan dihitung dalam juta KWH sehingga kalikan kebutuhan bahan bakar dengan satu juta sehingga kebutuhan bahan bakar menjadi :

Aktifitas	Batubara	Minyak
1	11440	0
2	10000	0
3	0	10700
4	0	10000

Biaya operasional serta biaya pemeliharaan di setiap daerah masih dalam \$ per KWH pembangkitan listrik sedangkan pembangkitan listrik akan dihitung dalam juta KWH sehingga biaya operasional serta biaya pemeliharaan dikalikan dengan satu juta sehingga menjadi sebagai berikut :

Aktifitas	Biaya
1	25000
2	20000
3	4000
4	3000

Data dari permasalahan di atas turunkan kedalam kotak data agar mudah untuk diselesaikan (kotak data yang terlampir pada Lampiran).

Dari kotak data tersebut dapat membentuk permasalahan ke dalam *linier programming*, yaitu :

$$\begin{aligned}
 \text{Minimalisasi} : & 25000x_{Ab1} + 20000x_{Ab2} + 4000x_{Am3} + 25000x_{Bb1} + 20000x_{Bb2} + 3000x_{Bm4} + \\
 & 25000x_{Cb1} + 20000x_{Cb2} + 4000x_{Cm3} + 3000x_{Cm4} + 25000x_{Db1} + 4000x_{Dm3} \\
 & + 3000x_{Dm4} + 5t_{ABb} + 5t_{BAb} + 6,5t_{ACb} + 6,5t_{CAb} + 4t_{ADb} + 4t_{DAb} + 1t_{ABm} + 1t_{BAm} \\
 & + 1,3t_{ACm} + 1,3t_{CAm} + 0,8t_{ADm} + 0,8t_{DAm} + 4t_{BCb} + 4t_{CBb} + 6,5t_{BDb} + 6,5t_{DBb} + \\
 & 5t_{CDb} + 5t_{DCb} + 0,8t_{BCm} + 0,8t_{CBm} + 1,3t_{BDm} + 1,3t_{DBm} + 1t_{CDm} + 1t_{DCm}
 \end{aligned}$$

$$\text{Kendala : } x_{Ab1} + x_{Ab2} + x_{Am3} \geq 95$$

$$x_{Bb1} + x_{Bb2} + x_{Bm4} \geq 125$$

$$x_{Cb1} + x_{Cb2} + x_{Cm3} + x_{Cm4} \geq 95$$

$$x_{Db1} + x_{Dm3} + x_{Dm4} \geq 100$$

$$11440x_{Ab1} + 10000x_{Ab2} + t_{ABb} - t_{BAb} + t_{ACb} - t_{CAb} + t_{ADb} - t_{DAb} \leq 1850000$$

$$10700x_{Am3} + t_{ABm} - t_{BAm} + t_{ACm} - t_{CAm} + t_{ADm} - t_{DAm} \leq 0$$

$$11440x_{Bb1} + 10000x_{Bb2} - t_{ABb} + t_{BAb} + t_{BCb} - t_{CBb} + t_{BDb} - t_{DBb} \leq 1000000$$

$$10000x_{Bm4} - t_{ABm} + t_{BAm} + t_{BCm} - t_{CBm} + t_{BDm} - t_{DBm} \leq 435000$$

$$11440x_{Cb1} + 10000x_{Cb2} - t_{ACb} + t_{CAb} - t_{BCb} + t_{CBb} + t_{CDb} - t_{DCb} \leq 1600000$$

$$\begin{aligned}
 &11440x_{Db1} - t_{ADb} + t_{DAb} - t_{BDb} + t_{DBb} - t_{CDb} + t_{DCb} \leq 0 \\
 &10700x_{Dm3} + 10000x_{Dm4} - t_{ADb} + t_{DAb} - t_{BDb} + t_{DBb} - t_{CDb} + t_{DCb} \leq 300000 \\
 &10700x_{Cm3} + 10000x_{Cm4} - t_{ACm} + t_{CAm} - t_{BCm} + t_{CBm} + t_{CDm} - t_{DCm} \leq 300000 \\
 &11440x_{Db1} - t_{ADb} + t_{DAb} - t_{BDb} + t_{DBb} - t_{CDb} + t_{DCb} \leq 0 \\
 &10700x_{Dm3} + 10000x_{Dm4} - t_{ADb} + t_{DAb} - t_{BDb} + t_{DBb} - t_{CDb} + t_{DCb} \leq 300000 \\
 &x_{Ab1} \leq 80 \\
 &x_{Ab2} \leq 90 \\
 &x_{Am3} \leq 30 \\
 &x_{Bb1} \leq 80 \\
 &x_{Bb2} \leq 100 \\
 &x_{Bm4} \leq 60 \\
 &x_{Cb1} \leq 15 \\
 &x_{Cb2} \leq 20 \\
 &x_{Cm3} \leq 20 \\
 &x_{Cm4} \leq 20 \\
 &x_{Db1} \leq 40 \\
 &x_{Dm3} \leq 30 \\
 &x_{Dm4} \leq 30
 \end{aligned}$$

Solusi optimal primal, diperoleh dengan memasukan rumusan tersebut pada software POM, dan menghasilkan solusi yang dapat dilihat pada Lampiran D, dan sebagai berikut :

Di daerah A kombinasi pembangkitan listrik yang optimal adalah

- Membangkitkan listrik dengan cara pembakaran batubara yang menggunakan turbin lama (aktifitas 1) sebesar 5 juta KWH.
- Membangkitkan listrik dengan cara pembakaran batubara yang menggunakan turbin baru (aktifitas 2) sebesar 90 juta KWH.

Untuk daerah B kombinasi pembangkitan listrik yang optimal adalah

- Membangkitkan listrik dengan cara pembakaran batubara yang menggunakan turbin lama (aktifitas 1) sebesar 25 juta KWH.
- Membangkitkan listrik dengan cara pembakaran batubara yang menggunakan turbin baru (aktifitas 2) sebesar 100 juta KWH.

Di daerah C kombinasi pembangkitan listrik yang optimal adalah

- Membangkitkan listrik dengan cara pembakaran batubara yang menggunakan turbin lama (aktifitas 1) sebesar 15 juta KWH.
- Membangkitkan listrik dengan cara pembakaran batubara yang menggunakan turbin baru (aktifitas 2) sebesar 20 juta KWH.
- Membangkitkan listrik dengan cara pembakaran minyak yang menggunakan turbin lama (aktifitas 3) sebesar 20 juta KWH.
- Membangkitkan listrik dengan cara pembakaran minyak yang menggunakan turbin baru (aktifitas 4) sebesar 20 juta KWH.

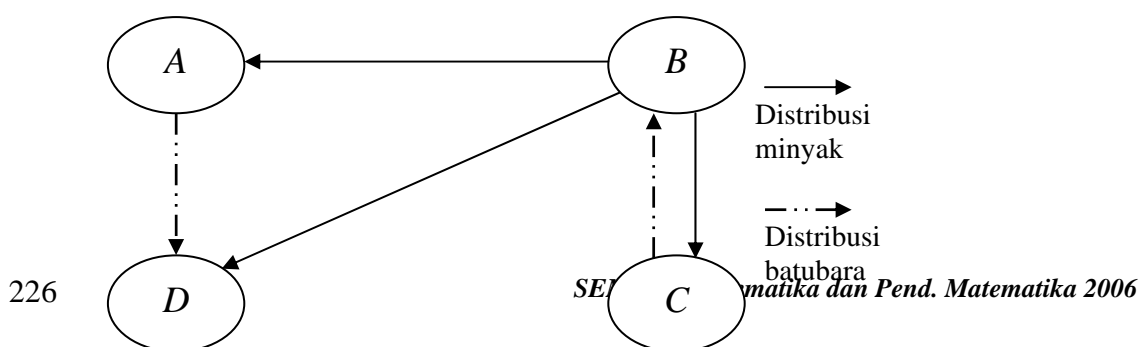
Di daerah D kombinasi pembangkitan listrik yang optimal adalah

- Membangkitkan listrik dengan cara pembakaran batubara yang menggunakan turbin lama (aktifitas 1) sebesar 40 juta KWH.
- Membangkitkan listrik dengan cara pembakaran minyak yang menggunakan turbin lama (aktifitas 3) 30 juta KWH.
- Membangkitkan listrik dengan cara pembakaran minyak yang menggunakan turbin baru (aktifitas 4) sebesar 30 juta KWH.

Untuk distribusi bahan bakar antar daerah yang optimal yaitu

1. Daerah A mengirimkan batubara ke daerah D sebanyak 457600 juta BTU.
2. Daerah B mengirimkan minyak ke daerah A sebanyak 0.0081 juta BTU.
3. Daerah B mengirimkan minyak ke daerah C sebanyak 114000 juta BTU.
4. Daerah B mengirimkan minyak ke daerah D sebanyak 321000 juta BTU.
5. Daerah C mengirimkan batubara ke daerah B sebanyak 286000 juta BTU.

Sehingga jaringan distribusi bahan bakar antar daerah yang optimal, yaitu :



4. KESIMPULAN

Dari pembahasan-pembahasan pada bab sebelumnya maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut :

1. Setiap masalah *linier programming* primal, memiliki masalah sehubungan secara tunggal yang dinamakan masalah *linier programming* dual, apabila suatu masalah dari *linier programming* primal sulit untuk diselesaikan, maka bentuk dual dari masalah *linier programming* tersebut lebih mudah untuk diselesaikan.
2. Dalam produksi dan distribusi apapun salah satu tujuan utamanya adalah meminimalkan biaya agar sekecil mungkin, begitu pula dalam produksi dan distribusi energi. Suatu daerah yang memproduksi energi belum tentu memproduksi energi hanya untuk kebutuhan daerahnya sendiri mungkin saja daerah tersebut memproduksi energi untuk didistribusikan ke daerah lain juga, ataupun daerah tersebut mendapatkan tambahan pasokan energi dari daerah lain, bahkan bukan hanya hasil produksinya saja yang didistribusikan, mungkin saja bahan bakunya pun didistribusikan karena biaya produksi di daerah lain lebih kecil, tujuan dari semua itu adalah untuk meminimalkan biaya produksi.
3. Produksi dan distribusi energi dengan faktor perolehan atau "*gain factor*" menyebabkan jumlah input yang masuk kedalam proses produksi tidak sama dengan jumlah output yang keluar, pada umumnya output yang keluar jumlahnya lebih sedikit dari jumlah input yang masuk.

5. DAFTAR PUSTAKA

Thompson, G.L. & Thore, S. (1992). *Computational Economic*. San Francisco : The Scientific Press.

Taha, H.A. (1996). *Riset Operasi*. Jakarta : Binarupa Aksara.

Siagian, P. (1987). *Penelitian Operasional*. Jakarta : Universitas Indonesia.

Subagyo, P., dkk. (1986). *Dasar-dasar Operations Research*. Yogyakarta : BPFE.